

# КОРРЕКЦИЯ МОДЕЛИ ДЕФОРМАЦИОННОГО ПОВЕДЕНИЯ СВЕРХПЛАСТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

*В.В. Миколаенко*

*Национальный исследовательский университет  
"Высшая школа экономики",  
департамент прикладной математики  
МИЭМ НИУ ВШЭ*

## Аннотация

Формовка листовых заготовок из сверхпластического материала – это технологический процесс, позволяющий получать тонкостенные изделия сложной геометрической формы. При реализации такого процесса необходимо задавать режим давления и температуры исходя из модели деформационного поведения материала. Существует множество экспериментальных методик, позволяющих получить такую модель, среди которых основной является механическое испытание плоских образцов на одноосное растяжение с постоянной скоростью деформации. В российских и международных стандартах описана процедура проведения соответствующих испытаний и интерпретации результатов. Однако такая интерпретация результатов основывается на предположении об однородности распределения скоростей деформации в рабочей зоне образца, что не соответствует действительности, а значит приводит к искажению модели деформационного поведения материала. В данной работе представлен способ коррекции экспериментальных данных с помощью обратного анализа на примере экспериментального сплава на основе алюминия. При обратном анализе используется компьютерное моделирование, что позволяет учесть геометрические особенности образца, приводящие к неоднородности распределения скоростей деформации в рабочей зоне.

## Введение

Производственные процессы по формовке листовых изделий позволяют получить тонкостенные изделия сложной геометрической формы [1,2]. Для реализации таких процессов необходимо задавать режим давления и температуры, учитывающий особенности деформационного поведения формируемого сплава [3,4]. Для исследования деформационного поведения сверхпластических сплавов разработано множество экспериментальных методик, среди которых: механические испытания на растяжение плоских образцов [5,6] и испытания по формовке листовых образцов [7,8].

Наиболее распространённой методикой является исследование модели деформационного поведения материала с помощью одноосного растяжения плоских образцов с постоянной скоростью деформации. Данный способ позволяет получить в качестве экспериментальных данных зависимости напряжений от деформаций, по которым далее будет строиться модель. Параметры установки, проводящей испытания, и процедура интерпретации экспериментальных данных изложены в международном стандарте ASTM-E2448 [9]. Таким образом, для каждой из скоростей деформации, при которой проводилось испытание, получают зависимость напряжений от деформаций. После чего строится модель деформационного поведения материала, аппроксимирующая полученные зависимости.

Однако, стандартная методика интерпретации экспериментальных данных не учитывает неоднородность распределения скоростей деформации в образце, что приводит к искажению зависимостей напряжений от деформаций. Неоднородность возникает из-за того, что часть материала из области захватной зоны образца втекает

в рабочую зону. Данная проблема обсуждалась в ряде численных и экспериментальных исследований [10–12]. В работе [12] продемонстрировано, что игнорирование неоднородности распределения скорости деформации в образце при интерпретации результатов испытаний может приводить к возникновению ошибки в оценке напряжений, которая в зависимости от свойств материала может достигать 25%.

В данной работе предлагается методика интерпретации результатов испытаний на одноосное растяжение плоских образцов в условиях сверхпластической деформации, учитывающая неоднородность распределения скорости деформации в образце. Модель деформационного поведения материала строится итерационно с применением компьютерного моделирования для оценки и уменьшения ошибки в значениях напряжений на каждой итерации.

## Модель деформационного поведения

Построение модели деформационного поведения исследуемого сплава заключается в нахождении соотношений  $\sigma = \sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ , аппроксимирующих зависимости напряжений  $\sigma$  от деформаций  $\varepsilon$  и скоростей деформации  $\dot{\varepsilon}$ . В такой модели не учитывается температура, так как скорости деформации очень маленькие, а значит энергия деформационного нагрева незначительная. В рамках стандартного подхода для построения непрерывной функции  $\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$  используется модель уравнения состояния деформируемой среды [13,14]:

$$\dot{\varepsilon} = A_1 \sigma^n, \quad (1)$$

$$\dot{\varepsilon} = A_2 \exp(b\sigma), \quad (2)$$

$$\dot{\varepsilon} = A_3 (\sinh(a\sigma))^\gamma, \quad (3)$$

где  $A_1, A_2, A_3, b, n, \gamma, a$  – константы материала, зависящие от деформации  $\varepsilon$ . С помощью линейной регрессии последовательно вычисляют  $n$  и  $b$  из уравнений (1) и (2) соответственно:

$$\ln \dot{\varepsilon} = \ln A_1 + n \ln \sigma \Rightarrow n = \frac{\partial \ln \dot{\varepsilon}}{\partial \ln \sigma}, \quad (4)$$

$$\ln \dot{\varepsilon} = \ln A_2 + b\sigma \Rightarrow b = \frac{\partial \ln \dot{\varepsilon}}{\partial \sigma}. \quad (5)$$

В уравнении (3) определяют  $\alpha = b/n$  и вводят обозначение  $\beta = \ln A_3$ . После чего с помощью линейной регрессии вычисляют  $\gamma$ :

$$\ln \dot{\varepsilon} = \beta + \gamma \ln \sinh(a\sigma) \Rightarrow \gamma = \frac{\partial \ln \dot{\varepsilon}}{\partial \ln \sinh(a\sigma)}. \quad (6)$$

Таким образом, для дискретного набора значений деформации  $\varepsilon_i$  получены константы:  $a_i = a(\varepsilon_i)$ ,  $\beta_i = \beta(\varepsilon_i)$  и  $\gamma_i = \gamma(\varepsilon_i)$ . Согласно апробированному подходу [13,14], для построения непрерывной модели  $\sigma = f(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$  вышеуказанные константы аппроксимируются полиномами 5-й степени:

$$\alpha(\varepsilon) = K_1 + K_2\varepsilon + K_3\varepsilon^2 + K_4\varepsilon^3 + K_5\varepsilon^4 + K_6\varepsilon^5$$
$$\beta(\varepsilon) = K_7 + K_8\varepsilon + K_9\varepsilon^2 + K_{10}\varepsilon^3 + K_{11}\varepsilon^4 + K_{12}\varepsilon^5. \quad (7)$$

$$\gamma(\varepsilon) = K_{13} + K_{14}\varepsilon + K_{15}\varepsilon^2 + K_{16}\varepsilon^3 + K_{17}\varepsilon^4 + K_{18}\varepsilon^5$$
$$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = \frac{1}{\alpha(\varepsilon)} \ln \left\{ \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\exp(\beta(\varepsilon))} \right)^{\frac{1}{\gamma(\varepsilon)}} + \left[ \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\exp(\beta(\varepsilon))} \right)^{\frac{2}{\gamma(\varepsilon)}} + 1 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}. \quad (8)$$

## Коррекция экспериментальных данных

В данной работе коррекция экспериментальных данных проводится с помощью итерационного метода. На первой итерации зависимости напряжения от деформации строятся стандартным способом ( $\sigma_{\text{exp}}$ ). После чего по ним строится модель деформационного поведения материала  $\sigma_{\text{in}}^{[1]}(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = \sigma_{\text{exp}}(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = \sigma_{\text{exp}}$ , которая подаётся на вход компьютерного моделирования первой итерации. Результат конечно-элементного моделирования интерпретируется в кривые зависимости напряжения от деформации

стандартным способом ( $\sigma_{out}^{[1]}$ ). После чего по ним строится модель  $\sigma_{out}^{[1]}(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = \sigma_{out}^{[1]}$ . Таким образом, на основе двух моделей на каждой  $i$ -ой итерации рассчитывается коэффициент коррекции:

$$k^{[i]}(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = \frac{0,5 \sigma_{exp}(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) + 0,5 \sigma_{out}^{[i]}(\varepsilon, \dot{\varepsilon})}{\sigma_{exp}(\varepsilon, \dot{\varepsilon})}. \quad (9)$$

Модель деформационного поведения материала, поступающая на вход компьютерного моделирования следующей итерации определяется формулой:

$$\sigma_{in}^{[i+1]}(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = k^{[i]}(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) \sigma_{in}^{[i]}(\varepsilon, \dot{\varepsilon}). \quad (10)$$

Итерационная процедура продолжается до тех пор, пока отклонения между  $\sigma_{out}^{[i]}(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$  и  $\sigma_{exp}(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$  не достигнут заданной погрешности.

### Результаты

При сотрудничестве с лабораторией «Ультрамелкозернистых металлических материалов» НИТУ «МИСиС» были получены экспериментальные данные по испытанию плоских образцов на одноосное растяжение при постоянных скоростях деформации. Для этого была проведена серия из пяти испытаний экспериментального сплава системы Al-Mg-Fe-Ni [15] при температуре 460C° и скоростях деформации  $\dot{\varepsilon}$ : 0.002c<sup>-1</sup>, 0.005c<sup>-1</sup>, 0.01c<sup>-1</sup>, 0.02c<sup>-1</sup> и 0.03c<sup>-1</sup>. Геометрии образца и установки, проводящей механические испытания, изображены на рисунке 1.

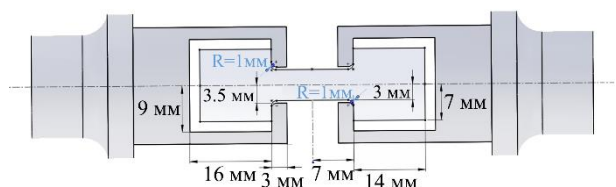


Рис. 1 Геометрии образца и установки

Разработанные алгоритмы коррекции были опробованы на полученных из МИСиС экспериментальных данных. На основе этих данных, с помощью стандартного подхода [13,14], было задано начальное приближение свойств материала  $\sigma_{in}^{[1]}(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ , не учитывающее неоднородность распределения скоростей деформации в образце. Сравнение экспериментальных данных с такой моделью продемонстрировано на рисунке 2: экспериментальные данные  $\sigma_{exp}$  обозначены пунктирной линией с маркерами, а модель  $\sigma_{in}^{[1]}(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$  – сплошной линией.

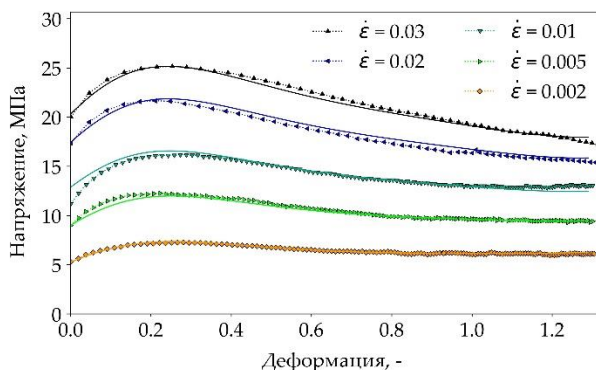


Рис. 2 Сравнение экспериментальных данных с начальным приближением свойств материала

Поскольку данные, представленные на рис. 2, не являются результатами непосредственных измерений, а рассчитаны на их основе с помощью простых соотношений, не учитывающих неоднородность

формоизменения образца, модель деформационного поведения не может считаться достоверной.

На рис. 3 в сравнении с экспериментальными данными представлены результаты компьютерного моделирования, полученные с использованием модели деформационного поведения материала, проиллюстрированной на рис.2. Результаты компьютерного моделирования ( $\sigma_{out}^{[1]}$ ) обозначены сплошной линией, экспериментальные данные ( $\sigma_{exp}$ ) – пунктирной линией с маркерами.

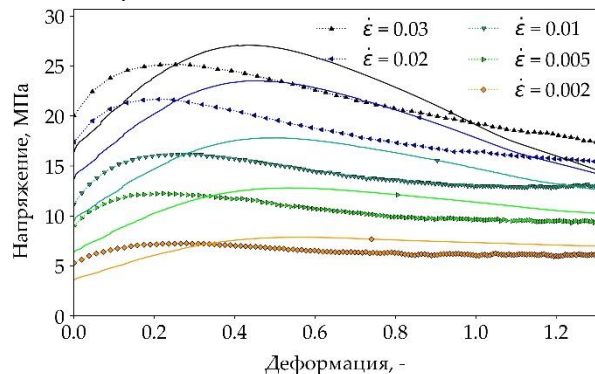


Рис. 3 Сравнение экспериментальных данных с результатами компьютерного моделирования

Как видно из рисунка 3, кривые  $\sigma_{out}^{[1]}$  плохо согласуются с кривыми  $\sigma_{exp}$ . Кривые  $\sigma_{out}^{[1]}$  занижены вначале и завышены при деформации больше 0.3. Таким образом, пренебрежение неоднородностью распределения скоростей деформации при построении модели деформационного поведения материала приводит к значительному отклонению результатов компьютерного моделирования (позволяющего учесть эти неоднородности) от экспериментальных данных. Для устранения этих отклонений применена итерационная процедура коррекции, описанная выше.

При реализации алгоритмов коррекции было выполнено пять итераций. После каждой итерации было зафиксировано среднее отклонение  $\sigma_{exp}(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$  от  $\sigma_{out}^{[i]}(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ . Результаты продемонстрированы в таблице 1.

Табл. 1 Среднее отклонение результатов моделирования от экспериментальных данных

	Итер.1 МПа	Итер.2 МПа	Итер.3 МПа	Итер.4 МПа	Итер.5 МПа
$\dot{\varepsilon} = 0.03c^{-1}$	2,018	1,229	0,795	0,756	0,554
$\dot{\varepsilon} = 0.02c^{-1}$	2,115	1,004	0,583	0,476	0,5
$\dot{\varepsilon} = 0.01c^{-1}$	1,708	0,715	0,448	0,379	0,379
$\dot{\varepsilon} = 0.005c^{-1}$	1,627	0,576	0,27	0,184	0,209
$\dot{\varepsilon} = 0.002c^{-1}$	1,122	0,346	0,167	0,152	0,137
Среднее:	<b>1,718</b>	<b>0,774</b>	<b>0,453</b>	<b>0,389</b>	<b>0,356</b>

Данные из таблицы демонстрируют эффективность предложенной методики. Уже для 5-й итерации была получена модель деформационного поведения материала  $\sigma_{in}^{[5]}(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ , использование которой при компьютерном моделировании приводит к следующим результатам: среднее отклонение кривых напряжения и деформации  $\sigma_{out}^{[5]}(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ , полученных в результате компьютерного моделирования, от кривых из экспериментальных данных  $\sigma_{exp}(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$  меньше, чем 0.4 Н/мм<sup>2</sup>. Таким образом, разница не превышает 2,5%.

На рисунке 4 экспериментальные данные ( $\sigma_{exp}(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ ) обозначены сплошной линией с круглыми маркерами; модель, построенная на результатах моделирования 5-й итерации ( $\sigma_{out}^{[5]}(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ ), обозначена пунктирной линией, а

окончательно скорректированная модель ( $\sigma_{in}^{[6]}(\epsilon, \dot{\epsilon})$ ), – сплошной линией.

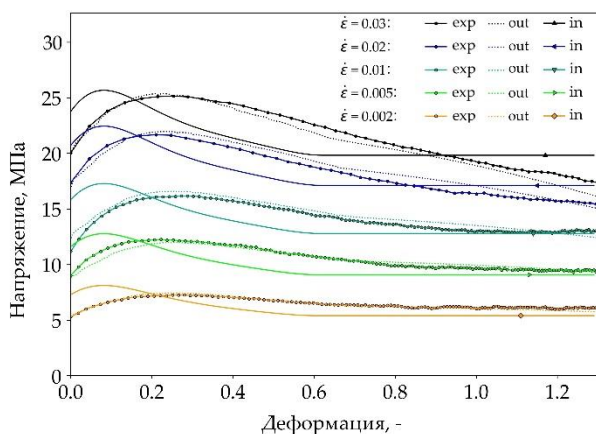


Рис. 4 Сравнение экспериментальных данных с моделью, построенной по результатам моделирования 5-й итерации, и окончательно скорректированной моделью

На рисунке 4 видно, что при использовании скорректированной модели  $\sigma_{in}^{[5]}(\epsilon, \dot{\epsilon})$ , учитывающей неоднородность распределения скоростей деформации в образце, кривые  $\sigma_{exp}(\epsilon, \dot{\epsilon})$  и  $\sigma_{out}^{[5]}(\epsilon, \dot{\epsilon})$  хорошо согласуются друг с другом. Следует отметить, что в сравнении с первым приближением, качественно изменился характер кривых, описывающих свойства материала.

В таблице 2 приведены значения коэффициентов полиномов 5-й степени из уравнений (7), формирующие итоговую модель  $\sigma_{in}^{[6]}(\epsilon, \dot{\epsilon})$ .

Табл. 2 Коэффициенты модели

$\alpha(\epsilon)$		$\beta(\epsilon)$		$\gamma(\epsilon)$	
$K_1$	0.0703349592	$K_7$	-5.1385285268	$K_{13}$	1.7288325464
$K_2$	-0.1441196498	$K_8$	-1.1953745738	$K_{14}$	1.0297016979
$K_3$	1.314962995	$K_9$	10.168098326	$K_{15}$	-9.287642598
$K_4$	-3.904314909	$K_{10}$	-33.74396595	$K_{16}$	24.588828704
$K_5$	5.3194704571	$K_{11}$	52.032499807	$K_{17}$	-29.95244486
$K_6$	-2.7692285466	$K_{12}$	-30.4932902	$K_{18}$	14.60868903

### Заключение

В данной работе с помощью механических испытаний плоских образцов на растяжение с постоянной скоростью деформации построена модель деформационного поведения экспериментального сплава системы Al-Mg-Fe-Ni. Выполнена оценка влияния эффекта неоднородности распределения скоростей деформации в образце на результаты испытаний: отклонение экспериментальных данных от результатов конечно-элементного моделирования, проведённого при использовании свойств материала, полученных в рамках стандартного подхода, может достигать 20%. Таким образом, пренебрежение эффектом неоднородности распределения скоростей деформации в образце приводит к значительным искажениям модели деформационного поведения материала. Чтобы учесть этот эффект, предложена итерационная методика коррекции деформационной модели поведения материала, при реализации которой многократно используется компьютерное моделирование с различными входными параметрами. В результате применения данной методики удалось повысить достоверность получаемых результатов так, что разница между экспериментальными данными и

компьютерными моделированиями составила не более 2.5%.

### Список литературы:

- Langdon T. G. The mechanical properties of superplastic materials. - 1982. - *Metall. Trans. A*.
- Sherby O. D., Wadsworth J. Superplasticity-Recent advances and future directions. - 1989. - *Prog. Mater. Sci.*
- Jarrar F., Sorgente D., Aksenov S., Enikeev F. On the challenges and prospects of the superplastic forming process. - 2018. *Materials Science Forum*
- Aksenov S. A., Kolesnikov A. V., Mikhaylovskaya A. V. Design of a gas forming technology using the material constants obtained by tensile and free bulging testing. - 2016. - *J. Mater. Process. Technol.* - № 237. - с. 88–95.
- Yasmeen T., Shao Z., Zhao L., Gao P., Lin J., Jiang J. Constitutive modeling for the simulation of the superplastic forming of TA15 titanium alloy. - 2019. - *Int. J. Mech. Sci.*
- Yang J., Wu J., Zhang Q., Han R., Wang K. Investigation of flow behavior and microstructure of Ti-6Al-4V with annealing treatment during superplastic forming. - 2020. - *Mater. Sci. Eng. A*.
- Enikeev F. U., Kruglov A. A. An analysis of the superplastic forming of a thin circular diaphragm. - 1995. - *Int. J. Mech. Sci.*
- Aksenov S., Sorgente D. Determination of biaxial stress-strain curves for superplastic materials by means of bulge forming tests at constant stress. - 2020. - *CIRP J. Manuf. Sci. Technol.* - № 31. - с. 618–27.
- E2448-11 Standard Test Method for Determining the Superplastic Properties of Metallic Sheet Materials. - 2011. - *ASTM B. Stand.*
- Khaleel M. A., Johnson K. I., Lavender C. A., Smith M. T., Hamilton C. H. Specimen geometry effect on the accuracy of constitutive relations in a superplastic 5083 aluminum alloy. - 1996. - *Scr. Mater.*
- Nazzal M., Abu-Farha F., Curtis R. Finite element simulations for investigating the effects of specimen geometry in superplastic tensile tests. - 2011. - *J. Mater. Eng. Perform.* - № 20. - с. 865–76.
- Aksenov S., Mikolaenko V. The effect of material properties on the accuracy of superplastic tensile test. - 2020. - *Metals (Basel)*.
- Mosleh A. O., Mikhaylovskaya A. V., Kotov A. D., Kwame J. S., Aksenov S. A. Superplasticity of Ti-6Al-4V titanium alloy: Microstructure evolution and constitutive modelling. - 2019. - *Materials (Basel)*. - № 12.
- Mosleh A. O., Mikhaylovskaya A. V., Kotov A. D., Portnoy V. K. Arrhenius-type constitutive equation model of superplastic deformation behaviour of titanium-based alloys. - 2018. *Defect and Diffusion Forum*
- Kishchik A. A., Mikhaylovskaya A. V., Kotov A. D., Rofman O. V., Portnoy V. K. Al-Mg-Fe-Ni based alloy for high strain rate superplastic forming. - 2018. - *Mater. Sci. Eng. A*. - № 718. - с. 190–7.