

# О структуре кривых гомоклинических бифуркаций в трехмерных системах, демонстрирующих аттракторы Шильникова.\*

А. А. Бобровский<sup>1</sup>✉, Т. К. Бурдыгина<sup>1</sup>✉

<sup>1</sup> Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»  
Лаборатория динамических систем и приложений НИУ ВШЭ, 603155, Россия,  
Нижний Новгород, Большая Печерская, 25/12  
✉ abobrovskiy@hse.ru, ✉ tburdygina@hse.ru

В данной работе рассмотрены система Ресслера [1], [2]:

$$\begin{cases} \dot{x} = -y - z \\ \dot{y} = x + ay \\ \dot{z} = bx - cz + xz \end{cases} \quad (1)$$

И система Арнеодо-Калле-Трессе [3]:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = z \\ \dot{z} = -y - \beta z + \mu x(1 - x) \end{cases} \quad (2)$$

где  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $\beta$  и  $\mu$  - параметры, причем  $b = 0.3$ . Эти системы - одни из основных простейших и известных моделей, демонстрирующих аттрактор Шильникова. Напомним, что под аттракторами Шильникова понимаются такие гомоклинические аттракторы, которые содержат седло-фокусное состояние равновесия с двумерным неустойчивым многообразием. В частности, в работе изучается множество гомоклинических петель состояния равновесия.

Из работы [1] известно, что для системы (1) существует множество гомоклинических кривых, которое заходит в область существования аттрактора. В работе [4] показано, что, на самом деле, это не отдельные гомоклинические кривые, а части одной кривой, имеющей целостную структуру.

В силу того, что система (1) обладает сильной диссипацией, изучение ее бифуркационного множества кривых является трудной задачей. По этой причине в предложенной работе рассмотрена система (2).

---

\*Работа выполнена при поддержке Лаборатории динамических систем и приложений НИУ ВШЭ, грант Министерства науки и высшего образования РФ, соглашение № 075-15-2019-1931.

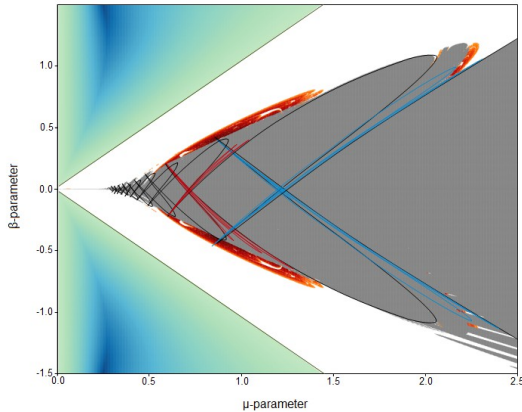


Рис. 1. Карта старшего Ляпуновского показателя для системы (2) с двумя черными кривыми, соответствующими однообходным гомоклиническим траекториям, а, кроме того, с синими и красными, соответствующие многообходным кривым для состояний равновесия  $(1,0,0)$  и  $(0,0,0)$  соответственно.

В системе (2) также существуют два состояния равновесия типов седло-фокус  $(1,2)$  и  $(2,1)$  соответственно. Кроме того, для этой системы бифуркационная диаграмма устроена похожим образом [3], т. е. части гомоклинических кривых аналогично заходят в область с хаосом. Таким образом, изучив поведение системы (2), можно понять, как устроена бифуркационная диаграмма для системы (1).

Следовательно, основным результатом работы является визуализация поведения динамических систем (см. Рис. 1).

## Список литературы

1. *Rössler O. E.* An equation for continuous chaos // *Physics Letters A* 57. 1976.
2. *Rössler O. E.* Continuous chaos four prototype equations // *Annals of the New York Academy of Sciences* 316. 1979. Pp. 376–392
3. *Arneodo A., Couillet P., Tresser C.* Oscillators with chaotic behavior: an illustration of a theorem by Shilnikov // *Journal of Statistical Physics*. 1982. Vol. 27, no. 1. Pp. 171–182.
4. *Gaspard P., Kapral R., Nicolis G.* Bifurcation phenomena near homoclinic systems: two-parameter analysis//*Journal of Statistical Physics* 35. 1984. Pp. 697–727.