

Обучение экономическому мышлению: что экономист может ответить студенту – призеру конкурса за исследования нетранзитивных костей о нетранзитивной конкуренции в биологии и экономике?

<https://bit.ly/2GjB709>

А.Н.Поддяков

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

Современная образовательная ситуация характеризуется наличием множества независимых источников информации из различных областей, интегрировать которые в целостное представление о проблеме не всегда просто. Одна из таких проблем, изучаемых в разных науках, – нетранзитивность превосходства (доминирования): в паре объектов А-В доминирует А, в паре В-С – В, но в паре А-С – С (казалось бы, аутсайдер). В экономике же одной из основных является аксиома транзитивности, рассматривающая объективную нетранзитивность превосходства скорее как пренебрежимо малое по значимости отклонение от общего правила транзитивности (если $A > B$ и $B > C$, то $A > C$).

Поставим мысленный эксперимент. Представим, что человеку попарно предъявляются объекты А, В, С (или карточки с их обозначениями) и его просят выбрать в каждой паре наилучший – превосходящий другой объект в паре по заданному признаку. В многократно повторяемых пробах человек систематически, уверенно и без колебаний выбирает А в паре А-В, В – в паре В-С, но С – в паре А-С. Как к этой ситуации отнесутся экономист, математик и биолог?

Обратимся к математике. Начиная со статей М.Гарднера 1970-х гг. о нетранзитивных игральных костях (числа на которых подобраны так, что при попарных бросаниях кубик А чаще показывает большее число, чем кубик В, кубик В чаще показывает большее число, чем С, а С чаще показывает большее число, чем А), а также о нетранзитивных рулетках, наборах игральных карт и пр., пошла широкая волна институционализации и популяризации темы. Объяснение, что такое нетранзитивность превосходства и нетранзитивные объекты, становится частью математического обучения с соответствующими разделами в учебниках и задачниках – от предназначенных школьникам [Богданов, 2010; Beardon, 1999/2011] до требующих знания математического аппарата анализа нелинейной динамики, преподаваемой студентам [Strogatz, 2015, p. 191-192].

Рассмотрим в качестве исходного примера 4 игральных кубика, которые можно увидеть в Национальном музее математики США. Они имеют следующие числа на гранях.

Кубик А (сиреневый): 4, 4, 4, 4, 0, 0

Кубик В (желтый): 3, 3, 3, 3, 3, 3

Кубик С (красный): 6, 6, 2, 2, 2, 2

Кубик D (зеленый): 5, 5, 5, 1, 1, 1

В этом наборе каждый предшествующий кубик в среднем выигрывает $2/3$ партий у последующего и проигрывает ему $1/3$ партий (т. е. в два раза меньше), но при этом последний кубик (D) выигрывает в той же пропорции у кубика А. (Выигрышем считается выпадение большего числа на верхней грани кубика.) Если правила позволяют, то при возможности выбора из пары кубиков А и В надо выбрать А, оставив сопернику «более проигрышный» кубик В; при выборе между В и С надо выбирать В; при выборе между С и D надо выбирать С; но при выборе между D и А надо выбирать D.

Здесь возникает интересная коллизия: хотя элементарное отношение «быть больше», разумеется, транзитивно (если $5 > 4$ и $4 > 3$, то $5 > 3$), но сложное, составное отношение «чаще показывать большее число» оказывается нетранзитивным. Доказано, что помимо кубиков существует бесконечное множество разнообразных объектов такого типа, в том числе интересные экономистам: нетранзитивные лотереи [Bar-Hillel, Margalit, 1988], портфели инвестиций [Токарев, 2001] и др.

Неготовность части людей столкнуться с некоторыми ситуациями нетранзитивности может использоваться продвинутыми игроками для обмана. Г. Говард в эксперименте со студентами показал, что многие из них теряли деньги в экономической игре с нетранзитивными кубиками, поскольку нетранзитивность отношения «чаще показывать большее число» контринтуитивна [Howard, 2003, p. 78-79]. Как писал М. Гарднер, «с помощью любого из этих наборов игральные кости вы можете держать пари в условиях, настолько противоречащих интуиции, что опытные игроки почти не в состоянии разобраться в них, даже если они полностью проанализируют ход игры» [Гарднер, 1988, с. 63–66]. Но на обман попадаются не все. Самая известная история – о том, как основатель Microsoft Билл Гейтс не попал в ловушку с нетранзитивными костями, предложенными ему Уорреном Баффеттом, – фигурирует во множестве источников, включая сайт Microsoft [<https://www.microsoft.com/en-us/research/project/non-transitive-dice>]. Этой истории много лет. В настоящее же время в интернете при поиске на слова «nontransitive dice» выпадают десятки видео, где разные люди – от профессоров математики и до школьников – рассказывают о нетранзитивных игровых костях и последствиях нетранзитивности для ошибок научного вывода и реальной жизни.

Одновременно ведутся научные математические исследования. Ежегодная премия Математической ассоциацией Америки за лучшую публикацию в журнале “Mathematics magazine” была присуждена за статью «Нетранзитивные игральные кости», где показан очередной пласт парадоксальных свойств этих объектов [Congrey et al., 2016]. На эту статью откликнулся У. Т. Гауэрс – Филдсовский медалист, специалист по комбинаторике и функциональному анализу, основатель интернет-проекта Polymath (цель – организация сотрудничества математиков для решения важных и трудных математических проблем). Он написал серию больших постов по теме нетранзитивных объектов с постановкой ряда новых научных задач в этой области – тема продолжает активно развиваться [<https://gowers.wordpress.com/2017/08/12/intransitive-dice-vii-aiming-for-further-results>].

Стохастическими объектами типа игровых костей дело не ограничивается. Доказано, что существуют классы объектов, находящихся не в вероятностных, а в детерминистских отношениях нетранзитивности превосходства, и часть из них не менее контринтуитивна, чем нетранзитивные игральные кости, – это нетранзитивные по скорости вращения зубчатые передачи, нетранзитивные по силе системы двойных рычагов и подъемных блоков, нетранзитивные по выигрышности шахматные и шашечные позиции, и др. [Поддьяков, 2006, 2017(а, б); Poddiakov, Valsiner, 2013].

Таким образом, обращаясь к нашему мысленному эксперименту, в котором человеку попарно предъявляют объекты А, В, С и просят выбрать в каждой паре наилучший, можно утверждать, что математик, физик, шахматист, теоретик игр совсем не удивятся нетранзитивным выборам участника этого эксперимента и сочтут их абсолютно рациональными в случае нетранзитивных объектов. Ведь именно нетранзитивные выборы ведут здесь к выигрышу, а транзитивные – к проигрышу, если эти объекты участвуют в игре (вспомним студентов Г.Говарда, проигрывавших деньги при игре в нетранзитивные кости).

Обратимся к другой научной области – биологии. Здесь последние десятилетия активно изучается так называемая нетранзитивная конкуренция, причем на разных уровнях: от межвидовой конкуренции (например, вид микроорганизмов А вытесняет В, В вытесняет С, С вытесняет А) до отношений доминирования внутри группы животных. Нетранзитивная конкуренция рассматривается как важнейшее условие поддержания биоразнообразия, и статьи о ней публикуются в ведущих научных журналах и ключевых монографиях по биологии [Gallien et al., 2017; Kerr et al., 2002; Reichenbach et al., 2007]. В них также даются рекомендации философского уровня: «Не уничтожай полностью своего противника – возможно, он кормится кем-то, кто после его гибели плотно займется тобой».

Наиболее забавны, с человеческой точки зрения, нетранзитивные взаимодействия самцов в борьбе за самок. У самых разных видов (ящериц, жуков и других) наблюдается сходный сценарий: есть самцы-агрессоры, вторгающиеся на чужие территории и отбивающие самок у тамошних обороняющихся самцов, и есть «тихушники», мимикрирующие под самок, — они не распознаются агрессорами и успешно делают свое черное дело. Зато «тихушников» успешно вычисляют обороняющиеся самцы [Пермогорский, 2014; Резник, 2014]. Функциональный аналог на уровне биохимических взаимодействий – нетранзитивная конкуренция спермы нескольких самцов в организмах самок насекомых и птиц, спаривающихся с несколькими самцами.

Вернемся к математике. Соавторами вышеупомянутой статьи «Нетранзитивные игральные кости» [Conrey et al., 2016], награжденной премией Математической ассоциацией Америки, являются, как подчеркивается, помимо исполнительного директора Американского института математики, студенты. Если кто-то из них на курсе экономики, взятом по выбору, услышит об аксиоме транзитивности, ему может захотеться подробнее узнать, как она соотносится с немалым количеством математических работ, посвященных объектам, нетранзитивным по превосходству, и с приоритетами жюри математиков, присуждающих премии в этой области. У присутствующего на этом же курсе по выбору студента-биолога, пишущего диплом по экспериментальному изучению нетранзитивной конкуренции, могут возникнуть свои вопросы, – и они могут обменяться мнениями.

В целом, с учетом растущей популярности темы нетранзитивности превосходства становится все вероятнее ситуация, когда студент на курсе экономики может начать задавать вопросы сравнительного характера об аксиоме транзитивности. Тогда от преподавателя потребуются большее, чем анализ парадокса нетранзитивного голосования Кондорсе и уточнений Канемана и Тверски о возможных отклонениях от аксиомы транзитивности («Транзитивность, вероятно, сохраняется, когда сравниваемые опции оцениваются отдельно друг от друга, и не удерживается, когда последствия выбора опции зависят от альтернативы, с которой она сравнивается» [Tversky, Kahneman, 1986, p. 253]).

Этот прежний анализ не ставит и не отвечает на ряд вопросов. Что недопонимают (если недопонимают) члены жюри, присуждающие премии за исследования нетранзитивных костей? Почему нетранзитивная конкуренция в биологии – общее место, а в экономической науке – явление, либо не представленное сколько-нибудь явно, либо в целом вообще отсутствующее? Почему экономисты и специалисты в области принятия решений [Anand, 1993; Bar-Hillel, Margalit, 1988], расширяющие контекст до ситуаций, где рациональны именно нетранзитивные выборы опций (в силу объективной

нетранзитивности), а транзитивные выборы как раз ошибочны, до сих пор видятся скорее инакомыслящими, чем представителями мейнстрима (в отличие от биологии)?

30 лет назад Бар-Хиллел и Маргалит не только дали подробный обзор и логико-математический анализ различных случаев объективной нетранзитивности превосходства, но и показали, что логически обоснованная нетранзитивность выборов тех или иных опций не нарушает (!) рационального требования транзитивности предпочтений [Bar-Hillel, Margalit, 1988]. Поясним это внешне противоречивое суждение. Предпочтения «выиграть 1 доллар», «остаться при своих», «проиграть 1 доллар» должны быть строго транзитивны: первое предпочтительнее второго, второе – третьего, и, соответственно, первое – третьего без алогичного заикливания «последнее предпочтительнее первого». Но если выбираемые опции объективно находятся в нетранзитивном отношении превосходства, то по отношению к ним реализация принципа транзитивности предпочтений ведет именно к нетранзитивным выборам (например, к нетранзитивным выборам нетранзитивных костей), которые в такой ситуации логичны и рациональны.

С нашей точки зрения, по крайней мере, часть ответа студентам, хорошо информированным о нетранзитивности превосходства в разных областях, должна включать различение 4 типов ситуаций, связанных с:

а) объективной транзитивностью или же нетранзитивностью отношений превосходства между изучаемыми объектами (системами);

б) соответствующей реальности или же ошибочной интерпретацией этих отношений человеком как транзитивных или нетранзитивных [Поддьяков, 2006].

1-й тип: отношения превосходства между рассматриваемыми системами (элементами и т.д.) объективно транзитивны, и субъект правильно оценивает их как транзитивные, используя классическую логику сравнения и нормативный принцип транзитивности.

2-й тип: отношения превосходства объективно транзитивны, но субъект ошибочно оценивает их как нетранзитивные (это ситуации, моделируемые в экспериментах школы А. Тверски [Tversky, 1969] и др.).

3-й тип: отношения превосходства объективно нетранзитивны, но субъект ошибочно оценивает их как транзитивные (пример – студенты, проигрывающие деньги в эксперименте Г.Говарда с нетранзитивными игральными кубиками из-за интуитивного следования правилу транзитивности).

4-й тип: отношения превосходства объективно нетранзитивны, и субъект правильно оценивает их как нетранзитивные (пример – Б.Гейтс, изучивший

предложенные ему У.Баффетом кубики и предложивший Баффету выбрать кубик первым).

В поведенческих экономических экспериментах два последних типа ситуаций практически не изучаются, и нетранзитивные объекты, находящиеся в строго доказанных отношениях нетранзитивности (типа нетранзитивных игральных костей, а не профилей предпочтительности по разным параметрам), практически не используются. Немногие исключения, помимо эксперимента Г.Говарда, – эксперимент В.Павлова. Участники выступают в роли конкурирующих между собой продавцов определенного товара, который они могут закупить на складе по определенной цене в том или ином количестве в выбранный ими момент времени и затем продавать по более высокой цене. Спрос заранее не известен – заказанного товара может не хватить, и тогда покупатели обратятся к другому продавцу, принося прибыль уже ему, или же заказанного товара может оказаться больше, чем нужно покупателям, что чревато денежными потерями для продавца, который, как оказалось, закупил на складе слишком много, и выгодой для другого продавца, который закупил меньше и раньше. «Экономическая среда» этого эксперимента организована так, что решения нескольких участников («продавцов») о том, сколько единиц товара заказать и когда, образуют нетранзитивный цикл превосходства по принципу «камень-ножницы-бумага» [Pavlov, 2015].

Изучаются также стратегии конкурирующих между собой участников в абстрактной виртуальной среде, где требуется смешение трех опций как разных оттенков цветов внутри «цветового треугольника» на экране. Соотношения денежных выигрышей-проигрышей при выборе оттенков запрограммированы разработчиками по принципу «камень-ножницы-бумага» весьма сложным образом (еще и с учетом времени, затраченного на выбор) [Cason et al., 2014].

Подчеркнем, что мы имеем в виду именно эксперименты с объективными отношениями нетранзитивности, вытекающими из «устройства» среды, которые участник может исследовать и продвигаться в их понимании (или не исследовать и не понимать). Мы здесь не рассматриваем многочисленные эксперименты другого содержания и направленности, где участникам прямо сообщают, что они будут играть с партнером в игру «камень-ножницы-бумага» (показывая кулак, ладонь или два пальца) или ее модификацию, и прямо информируют о том, как опции «бьют» друг друга. Нас же интересует поведение в сложно устроенной среде (среда нетранзитивных кубиков сложнее среды «кулак, ладонь, два пальца») и принятие комплексных решений по выбору сложных опций (решений, как смешать 3 оттенка и сколько времени на это потратить;

сколько закупить товара и когда именно, с учетом цен закупки, продажи и других факторов; и т.п.).

Фактически, речь идет о возможности погружения участников в среды, характеризующиеся разными уровнями сложности представленных в них нетранзитивных отношений превосходства (доминирования).

В целом, грубо можно обозначить 4 уровня сложности нетранзитивности (это перечисление не претендует на исчерпывающую полноту, а лишь намечает ориентиры).

1-й уровень: эксплицированная (сразу заявленная, заранее известная) нетранзитивность простых (не составных) опций (пример – игра «камень-ножницы-бумага»).

2-й уровень: простая комбинаторная нетранзитивность объектов, однозначно характеризующихся несколькими числовыми характеристиками (пример – набор из нескольких нетранзитивных игральных кубиков с разными числами на гранях).

3-й уровень: стратегически-игровая нетранзитивность (потенциально формализуемые примеры здесь – нетранзитивные по выигрышности цепочки шахматных позиций; нетранзитивные по силе шахматные компьютерные программы, и т.п.).

4-й уровень: ризомная нетранзитивность (ризома – корневище), обусловленная множественными связями и взаимодействиями между сложными системами и внутри них (пример – сложная, многосоставная и многоуровневая нетранзитивная конкуренция внутри биоценоза с его многочисленными обитателями).

В целом, представляется, что всё более частые междисциплинарные взаимодействия представителей экономической науки с представителями других областей, где объективная нетранзитивность превосходства (доминирования) – одна из существенных закономерностей, могут быть вполне продуктивны в разных отношениях, в том числе для обучения экономическому мышлению.

Литература

Богданов И.И. Нетранзитивные рулетки // Математическое просвещение. 2010. Сер. 3. Вып. 14. С. 240–255.

Гарднер М. Крестики-нолики. М.: Мир, 1988.

Пермогорский М.С. Нетранзитивность конкурентного поведения видов в биотических сообществах // Журнал общей биологии. 2014. Т. 75. № 3. С. 226–233.

Подьяков А.Н. Непереходность (нетранзитивность) отношений превосходства и принятие решений // Психология. Журнал Высшей школы экономики. 2006. № 3. С. 88-111.

Поддьяков А. Н. Нетранзитивность – кладезь для изобретателей // Троицкий вариант – наука. 2017 (а). № 242. С. 14. URL: <https://trv-science.ru/2017/11/21/netranzitivnost-kladez-dlya-izobretatelej>.

Поддьяков А.Н. Представления о нетранзитивности превосходства в различных областях. Доклад на общемосковском научном семинаре «Математические методы анализа решений в экономике, бизнесе и политике». Москва, 18 октября 2017 (б).

Резник Н. Камень, ножницы, бумага // Троицкий вариант – наука. № 162. 9 сентября 2014. С. 13. URL: <http://trv-science.ru/2014/09/09/kamen-nozhnicy-bumaga>.

Токарев В. Справочник экономиста-афериста. Пермь: Издатель Богатырев П.Г., 2001.

Anand P. The philosophy of intransitive preference // The economic journal. 1993. Vol. 103(417). P. 337-346.

Bar-Hillel M., Margalit A. How vicious are cycles of intransitive choice? // Theory and decision. 1988. Vol. 24. P. 119–145.

Beardon T. Transitivity. 1999/2011. URL: <http://nrich.maths.org/1345>.

Cason T. N., Hopkins D., Friedman E. Cycles and instability in a rock–paper–scissors population game: A continuous time experiment // The Review of Economic Studies. 2014. Vol. 81(1). P. 112–136.

Conrey B., Gabbard J., Grant K., Liu A., Morrison K. Intransitive dice // Mathematics magazine. 2016. Vol. 89(2). P. 133-143.

Gallien L., Zimmermann N. E., Levine J. M., Adler P. B. The effects of intransitive competition on coexistence // Ecological letters. 2017. Vol. 20(7). P. 791–800.

Howard G. S. A philosophy of science for cross-cultural psychology // Handbook of multicultural competencies in counseling and psychology / Ed. by D.B.Pope-Davis, H.L.K. Coleman, W. M. Liu, R. L. Toporek. Thousand Oaks, CA: Sage Publications, 2003. P. 72-89

Kerr B., Riley M.A., Feldman M.W., Bohannan B.J.M. Local dispersal promotes biodiversity in a real-life game of rock–paper–scissors // Nature. 2002. Vol. 418. P. 171–174.

Pavlov V. Non-transitive games in business. 2015. URL: <http://www.cmss.auckland.ac.nz/2015/03/27/video-available-valery-pavlov-non-transitive-games-in-business>.

Poddiakov A., Valsiner J. Intransitivity cycles and their transformations: How dynamically adapting systems function // Qualitative mathematics for the social sciences: Mathematical models for research on cultural dynamics / Ed. by L. Rudolph. Abingdon, NY: Routledge, 2013. P. 343-391. URL: <https://ssrn.com/abstract=2657942>.

Reichenbach T., Mobilia M., Frey E. Mobility promotes and jeopardizes biodiversity in rock–paper–scissors games // *Nature*. 2007. Vol. 448. P. 1046–1049.

Strogatz S. H. *Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry, and engineering*. Boulder, CO: Westview Press, 2015.

Tversky A. Intransitivity of preferences // *Psychological review*. 1969. Vol. 76. P. 31–48.

Tversky A., Kahneman D. Rational choice and framing of decisions // *Journal of business*. 1986. Vol. 59. P. 251–278.